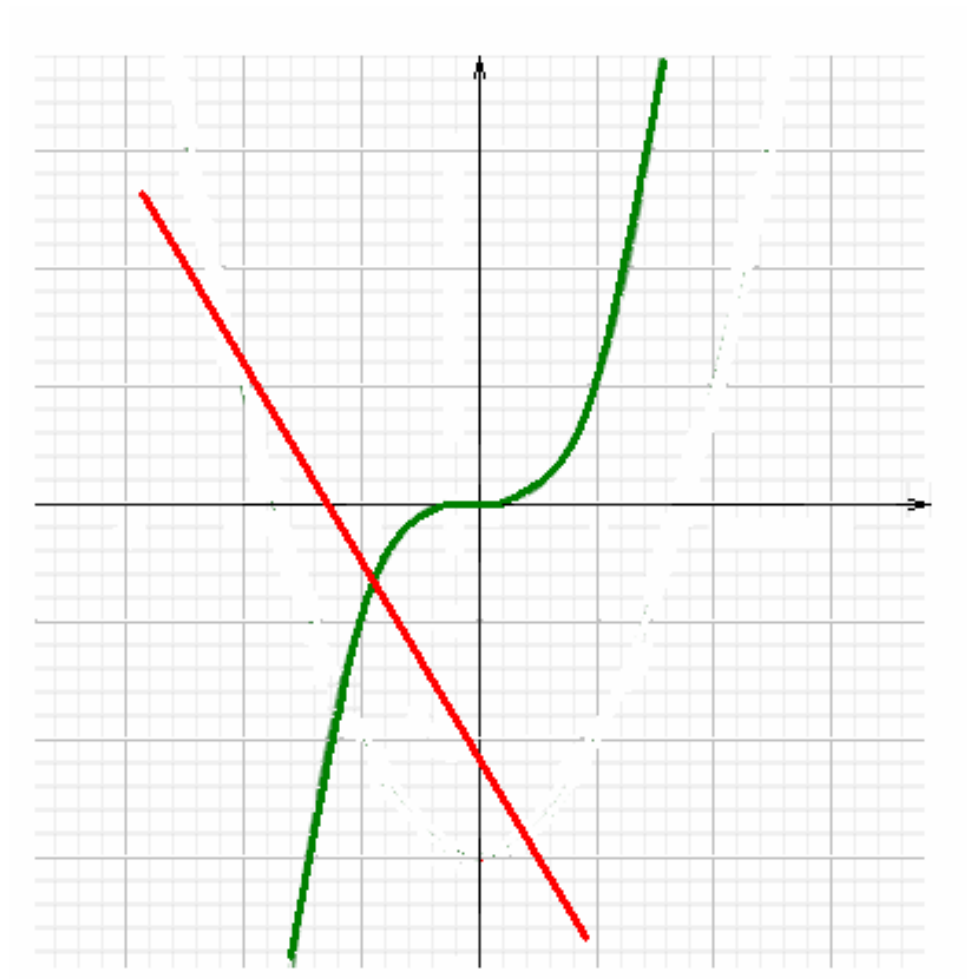


FUNKCJE RÓŻNOWARTOŚCIOWE



Funkcja $f(x): X \rightarrow Y$ jest **RÓŻNOWARTOŚCIOWA** jeśli różnym argumentom przyporządkowuje różne wartości, to znaczy, że dla dowolnych $x_1, x_2 \in X$ z warunku $x_1 \neq x_2$ wynika, że $f(x_1) \neq f(x_2)$.

$$\bigwedge_{x_1, x_2 \in X} x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

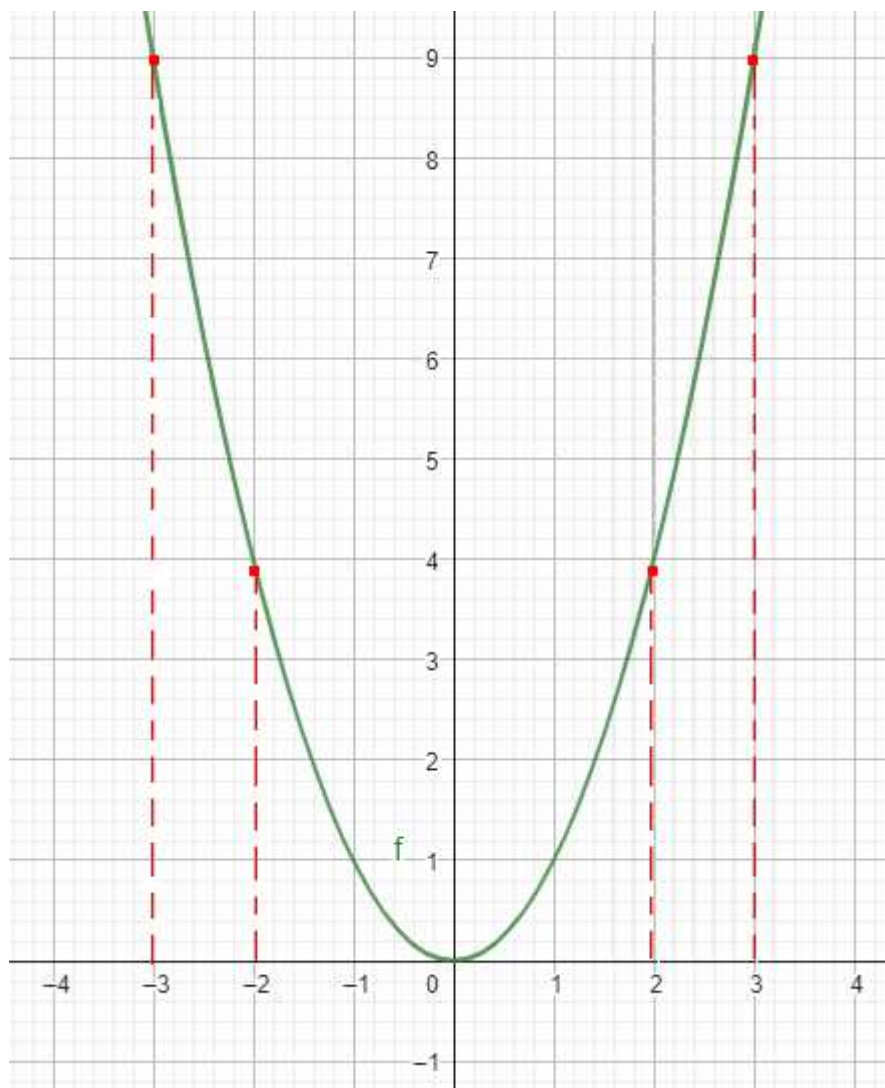
Warunek ten jest równoważny warunkowi:

$$\bigwedge_{x_1, x_2 \in X} f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

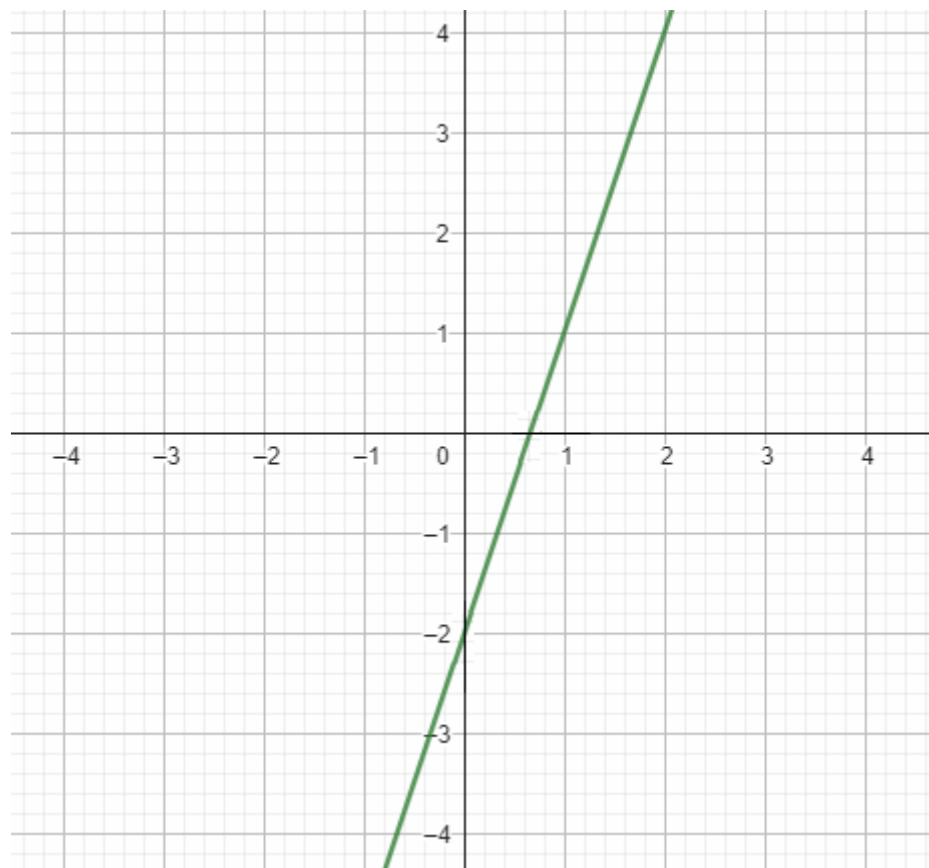
Łatwiej jest udowodnić, że funkcja nie jest różnowartościowa, gdyż wystarczy wskazać takie różne argumenty $x_1 \neq x_2$ takie, że $f(x_1) = f(x_2)$.



Przykład: Funkcja $f(x)=x^2$ **nie jest** różnowartościowa, bo np. $f(3) = 9$ i $f(-3) = 9$, $f(2) = 4$ i $f(-2) = 4$ itp.



Przykład: Funkcja $f(x) = 3x - 2$ jest różnowartościowa.



Dziedziną funkcji f jest zbiór $\mathbb{R}$. Niech $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ spełniają warunek $f(x_1) = f(x_2)$.

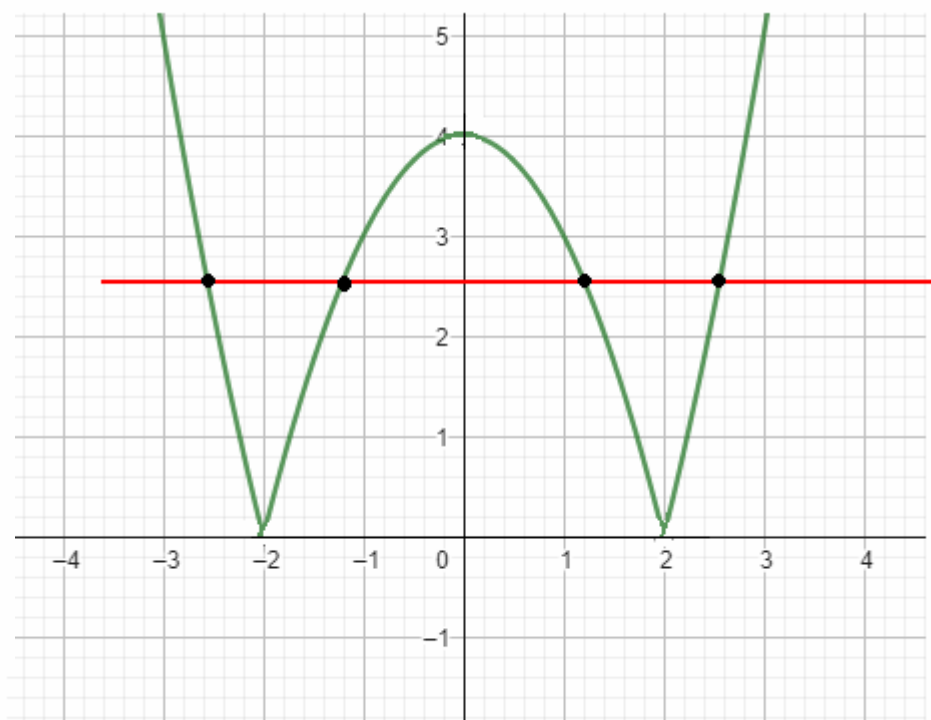
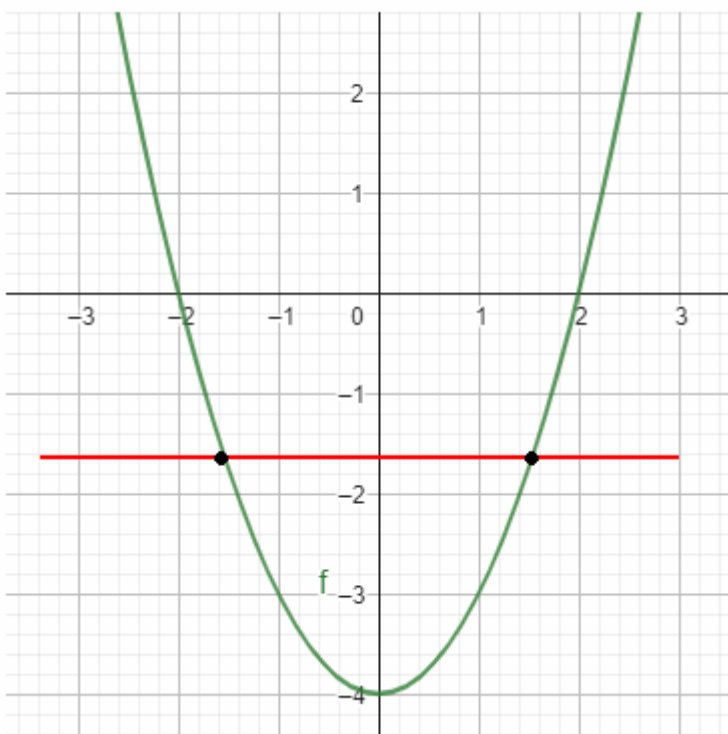
Wtedy $3x_1 - 2 = 3x_2 - 2$, $3x_1 = 3x_2$ $/:3$ stąd $x_1 = x_2$.

Oznacza to, że funkcja f jest różnowartościowa.

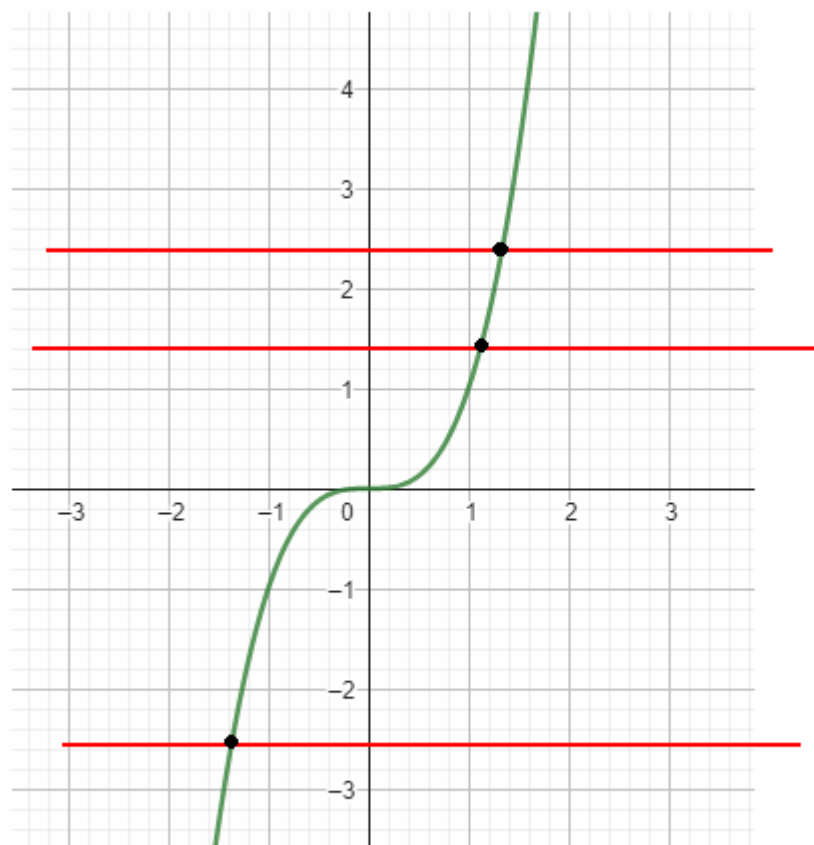
Na podstawie wykresu można łatwo stwierdzić, że funkcja **nie jest** różnowartościowa jeśli uda się poprowadzić prostą równoległą do osi X, która przetnie wykres co najmniej **w dwóch punktach**.



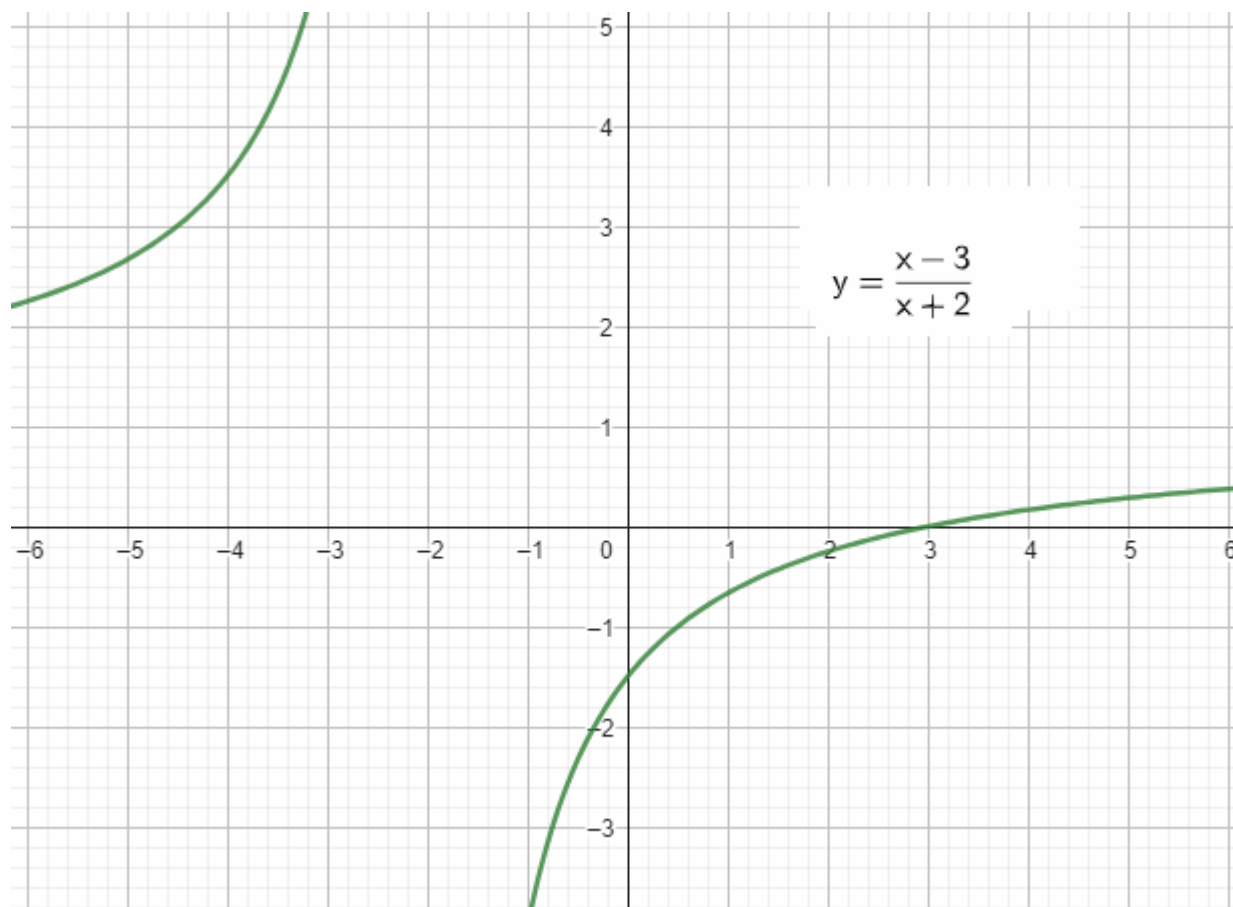
Przykłady:



Przykład: Funkcja $f(x)=x^3$ jest różnowartościowa.



Przykład: Funkcja $f(x) = (x-3)/(x+2)$ jest różnowartościowa.



Dziedziną funkcji f jest zbiór $\mathbb{R} - \{-2\}$. Niech $x_1, x_2 \in \mathbb{R} - \{-2\}$ spełniając warunek $f(x_1) = f(x_2)$.

$$\text{Wtedy } \frac{x_1 - 3}{x_1 + 2} = \frac{x_2 - 3}{x_2 + 2} \quad \text{stąd} \quad (x_1 - 3)(x_2 + 2) = (x_2 - 3)(x_1 + 2)$$

$$x_1 x_2 + 2x_1 - 3x_2 - 6 = x_1 x_2 + 2x_2 - 3x_1 - 6$$

$$5x_1 = 5x_2 \quad / : 5$$

$$x_1 = x_2$$

Oznacza to, że funkcja f jest różnowartościowa.

=====

Przykład: Funkcja $f(x) = 4/(5x^2 + 1)$ **nie jest** różnowartościowa, bo na przykład $f(-1) = 2/3 = f(1)$.