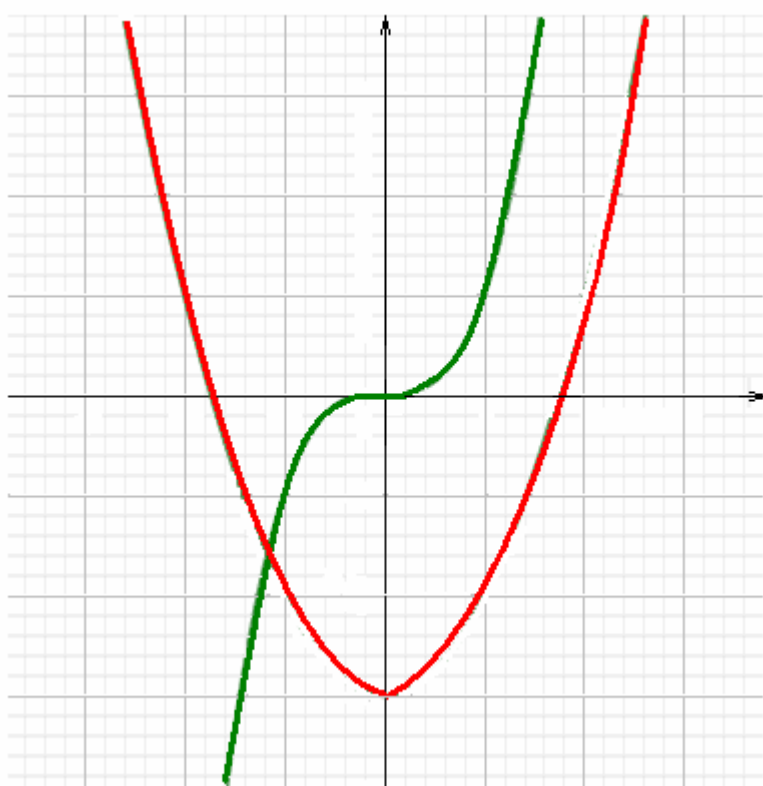


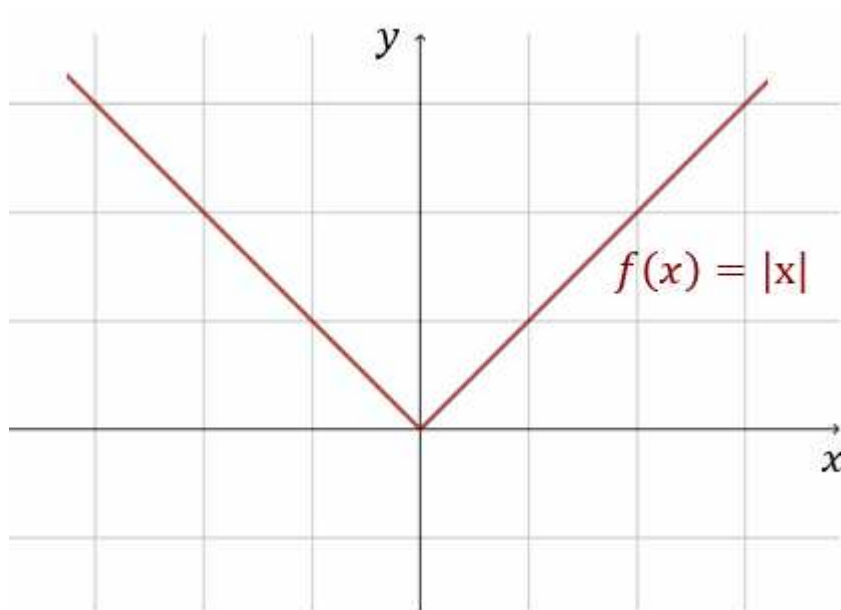
FUNKCJE PARZYSZE I NIEPARZYSZE



FUNKCJA PARZYSTA

Funkcja $f(x)$ jest **PARZYSTA** jeśli dla każdej liczby x należącej do jej dziedziny liczba $-x$ również należy do dziedziny i $f(-x) = f(x)$.

PRZYKŁAD 1



Funkcja $f(x) = |x|$ jest parzysta bo $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$.

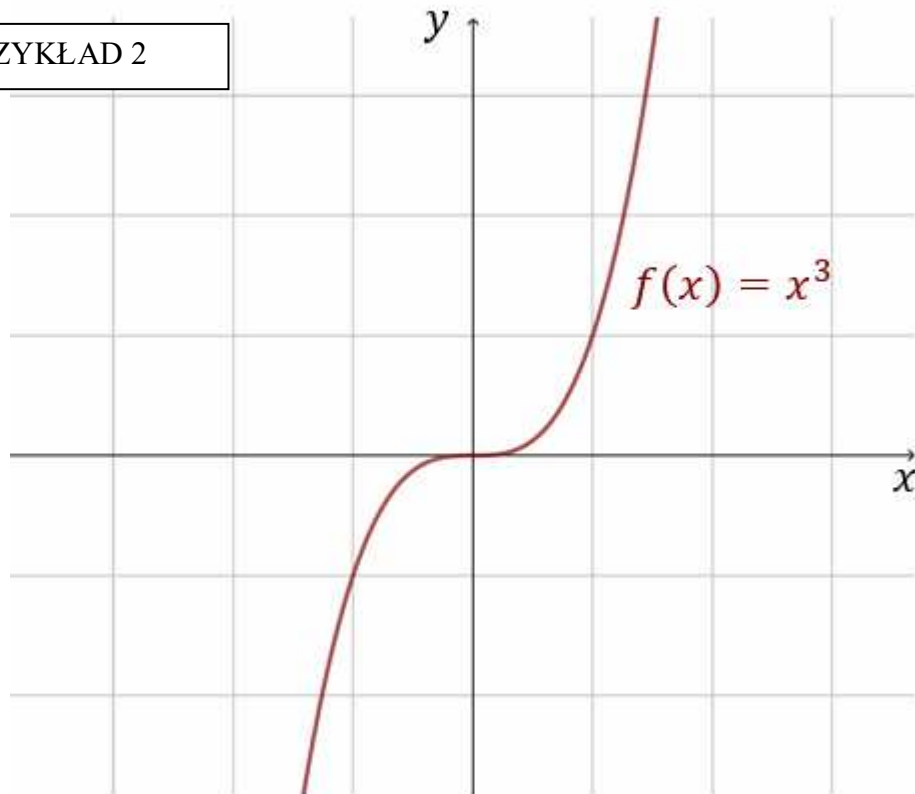
Funkcja jest parzysta jeśli jej wykres jest symetryczny względem osi y .



FUNKCJA NIEPARZYSTA

Funkcja $f(x)$ jest **NIEPARZYSTA** jeśli dla każdej liczby x należącej do jej dziedziny liczba $-x$ również należy do dziedziny i $f(-x) = -f(x)$.

PRZYKŁAD 2



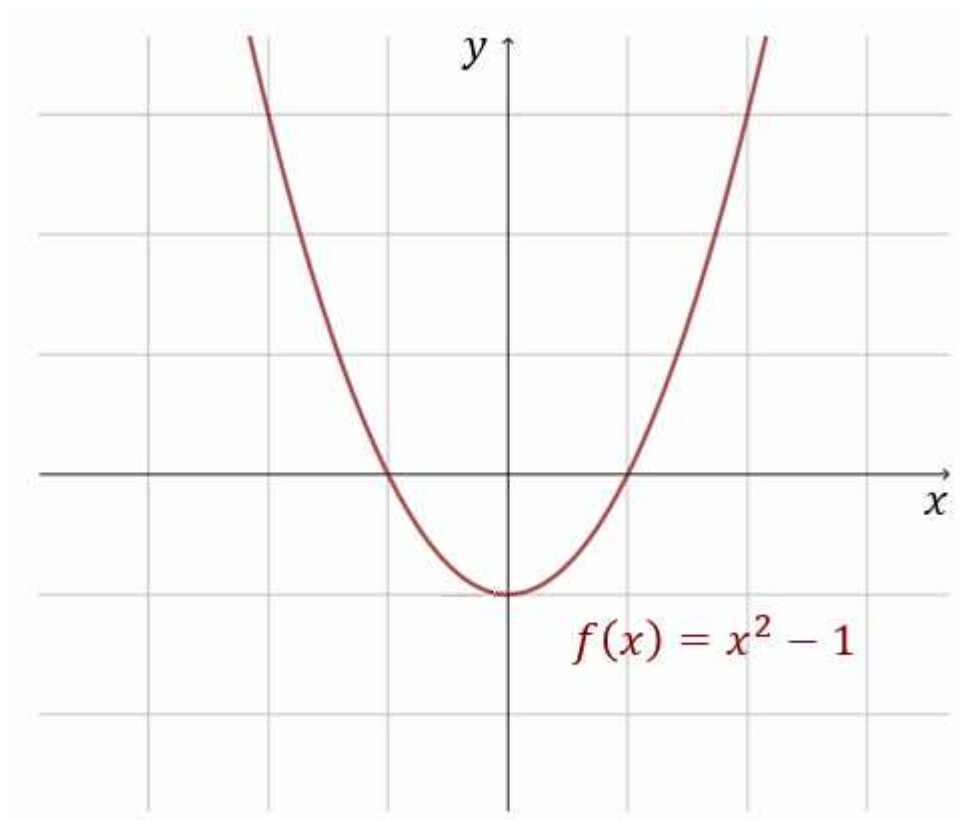
Funkcja $f(x) = x^3$ jest nieparzysta bo $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$.

Funkcja jest parzysta jeśli jej wykres jest symetryczny względem początku układu współrzędnych.



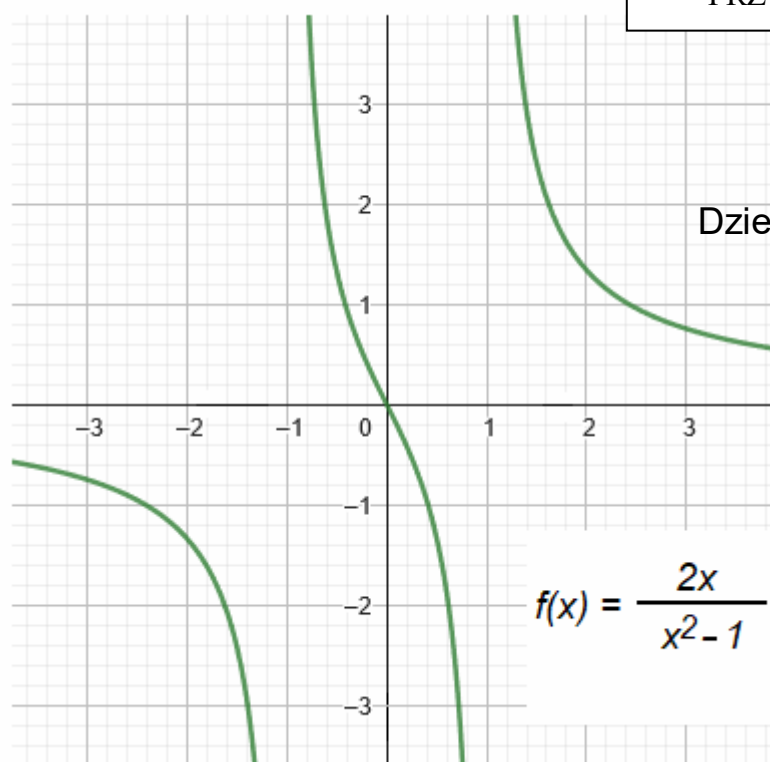
Funkcja $f(x) = x^2$ jest parzysta bo $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$.

PRZYKŁAD 3



Wykres jest symetryczny względem osi y .

PRZYKŁAD 4



Dziedziną funkcji jest zbiór $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

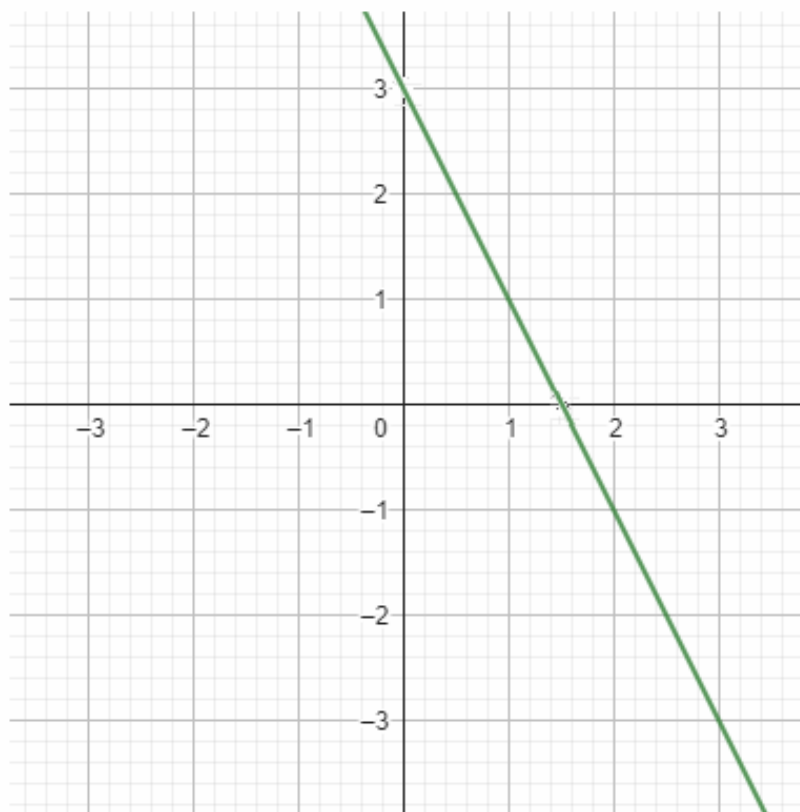
Dla dowolnej liczby x należącej do zbioru $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ mamy:

1) $-x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

2)
$$f(-x) = \frac{2 \cdot (-x)}{(-x)^2 - 1} = \frac{-2x}{x^2 - 1} = -\frac{2x}{x^2 - 1} = -f(x)$$

FUNKCJA JEST NIEPARZYSTA

PRZYKŁAD 5



$$f(x) = -2x + 3$$

Dziedzina = $\mathbb{R}$

Np. $f(-4) = 11$, $f(4) = -5$ oraz $f(-4) = 11$, $-f(4) = 5$

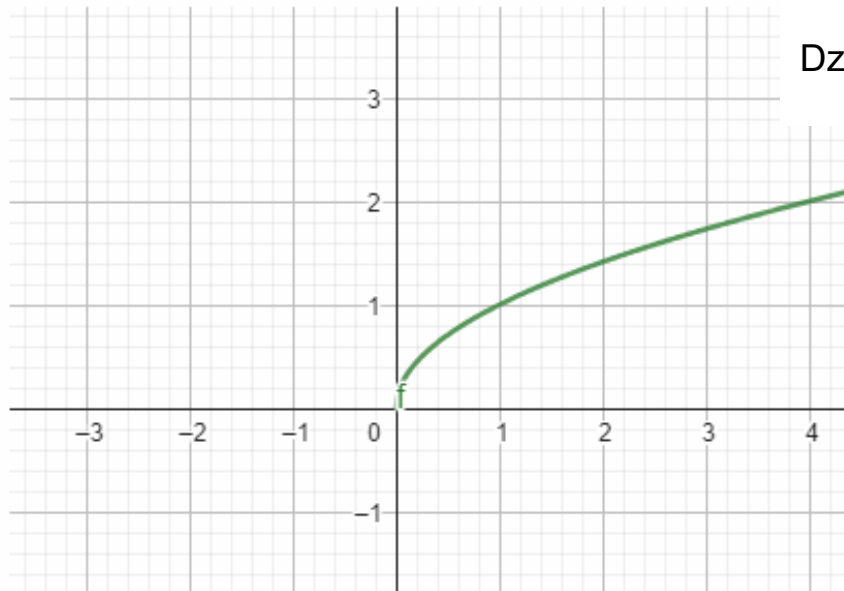
FUNKCJA NIE JEST PARZYSTA ANI NIE JEST NIEPARZYSTA

$$f(-x) = (-2(-x)+3) = 2x + 3 \quad \text{zatem dla każdego } x \neq 0 \quad f(-x) \neq f(x) = -2x+3$$

$$-f(x) = -(-2x+3) = 2x - 3 \quad \text{zatem dla każdego } x \neq 3/2 \quad -f(x) \neq f(x) = -2x+3$$

PRZYKŁAD 6

$$f(x) = \sqrt{x}$$



Dziedzina = $(0, +\infty)$

Jeśli x należy do dziedziny funkcji, to $x \geq 0$, wtedy $-x < 0$ nie należy do dziedziny.

Zatem warunek parzystości i też nieparzystości nie jest spełniony.

FUNKCJA NIE JEST PARZYSTA ANI NIE JEST NIEPARZYSTA

Czy istnieje zatem funkcja, która jest jednocześnie parzysta i nieparzysta?

PRZYKŁAD 7

Jedyną funkcją, która jest jednocześnie parzysta i nieparzysta jest funkcja stała równa zero.

$$f(x) = 0$$

////////////////////////////////////

WŁASNOŚCI FUNKCJI PARZYSTYCH I NIEPARZYSTYCH

- ◆ suma dwóch funkcji parzystych jest funkcją parzystą,
- ◆ suma dwóch funkcji nieparzystych jest funkcją nieparzystą,
- ◆ iloczyn dwóch funkcji parzystych jest funkcją parzystą,
- ◆ iloczyn dwóch funkcji nieparzystych jest funkcją parzystą,
- ◆ iloczyn funkcji parzystej i nieparzystej jest funkcją nieparzystą.

PRZYKŁAD 8

Funkcja $f(x) = 3x^4 - x^2 + 1$ jest parzysta. Gdyż jest sumą dwóch funkcji parzystych $g(x) = 3x^4$ i $h(x) = -x^2 + 1$.

PRZYKŁADY GRAFICZNE

