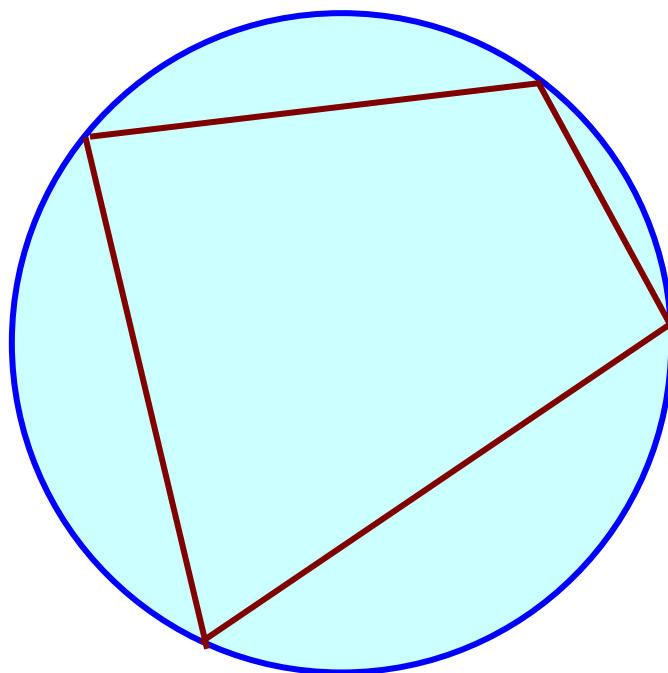
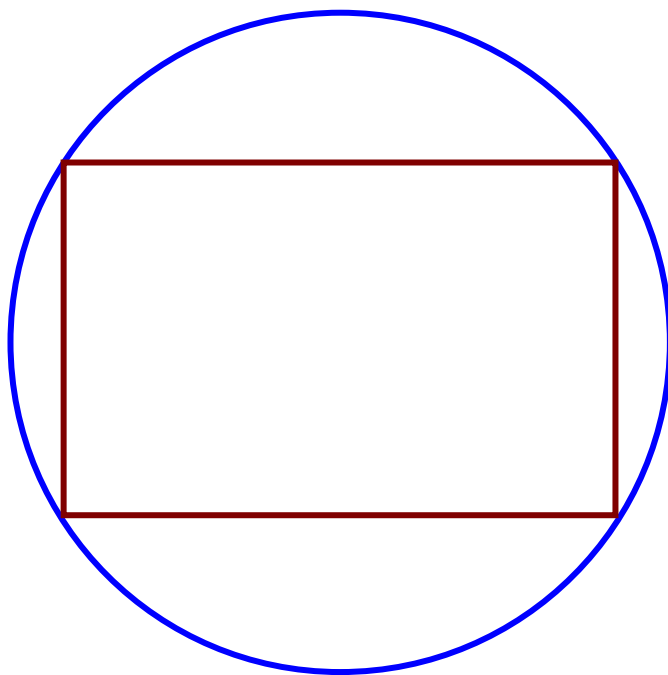


OKRĄG OPISANY NA CZWOROKĄCIE

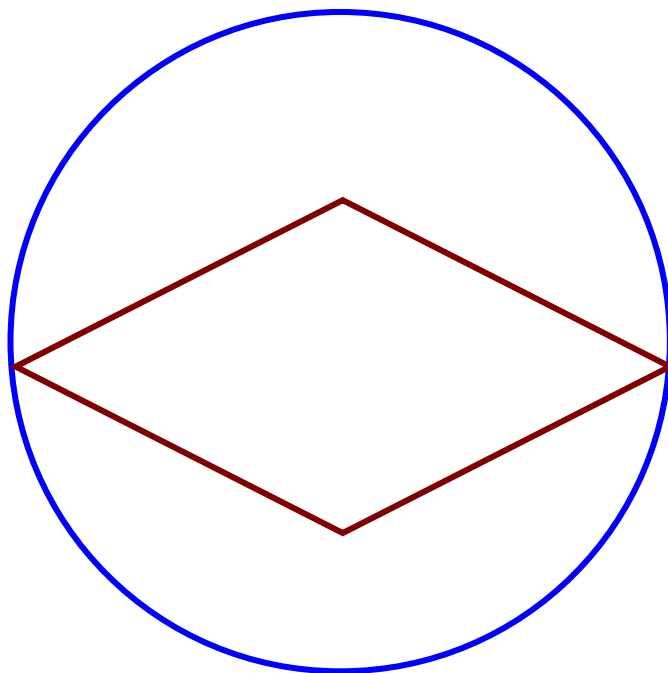


Okrąg jest opisany na czworokącie (lub inaczej czworokąt jest wpisany w okrąg), gdy każdy wierzchołek czworokąta leży na okręgu.

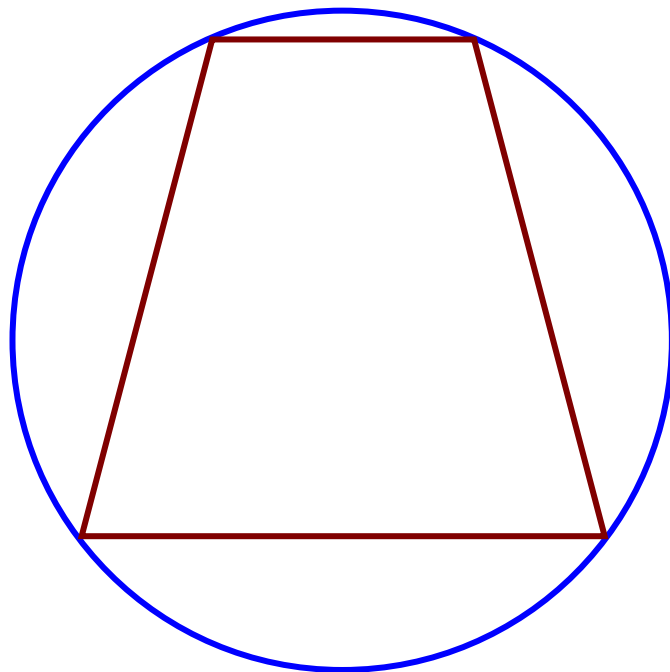
Przykład: Na każdym prostokącie można opisać okrąg.



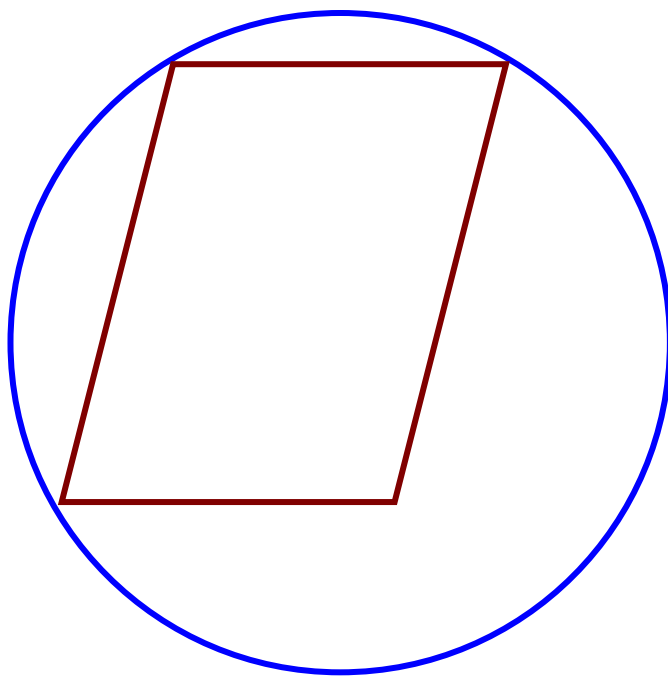
Przykład: Na rombie, który nie jest kwadratem nie można opisać okręgu.



Przykład: Na trapezie, który jest równoramienny można opisać okrąg.

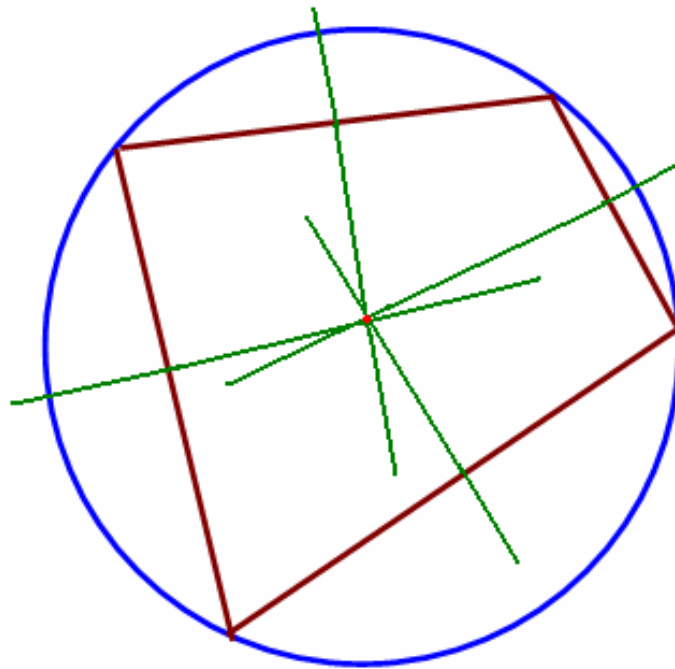


Przykład: Na równoległoboku, który nie jest prostokątem ani trapezem równoramiennym nie można opisać okręgu.

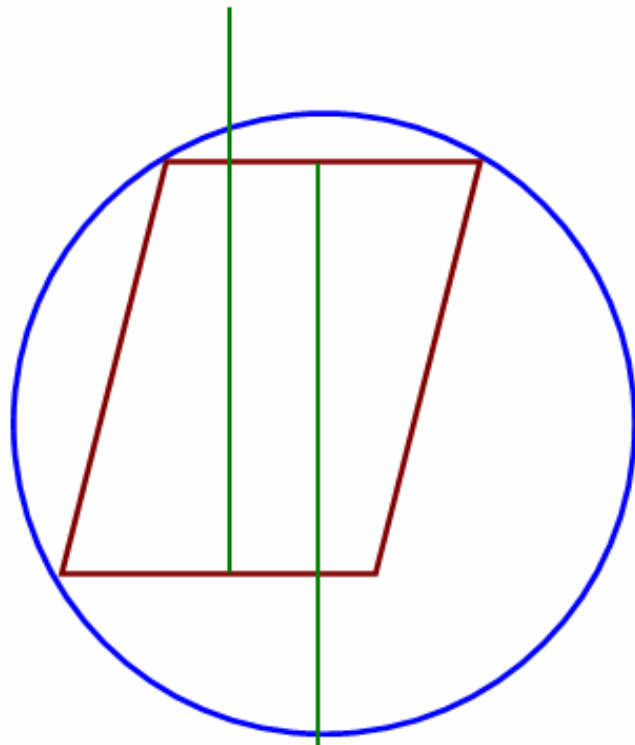


Twierdzenie 1

Na czworokącie można opisać okrąg **wtedy i tylko wtedy**, gdy symetralne wszystkich boków przecinają się w jednym punkcie.



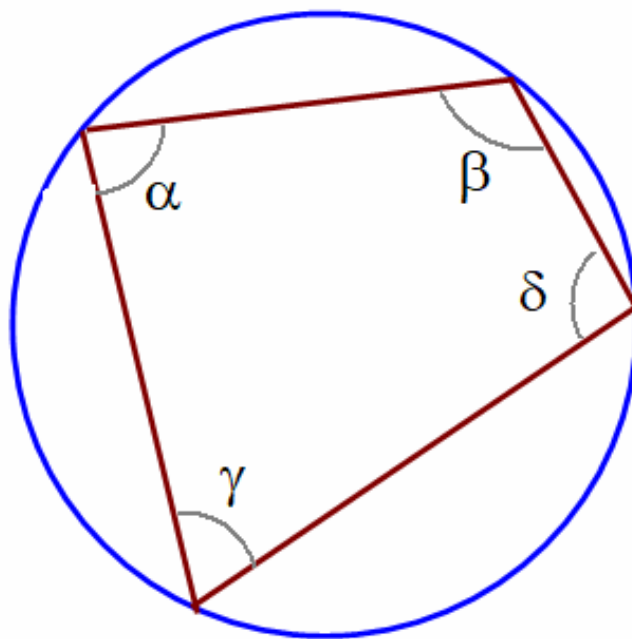
Przykład: Na równoległoboku, który nie jest prostokątem ani trapezem równoramiennym nie można opisać okręgu.



Symetralne boków nie przecinają się w jednym punkcie.

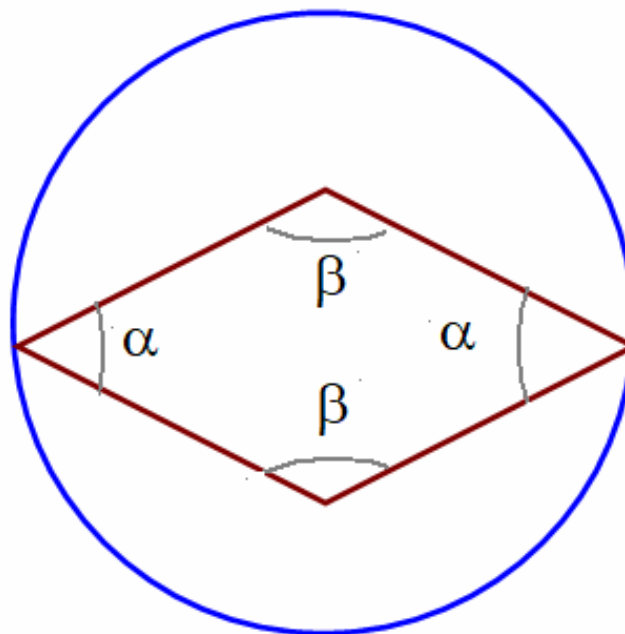
Twierdzenie 2

Na czworokącie można opisać okrąg **wtedy i tylko wtedy**, gdy sumy przeciwległych kątów czworokąta są równe i wynoszą 180° .



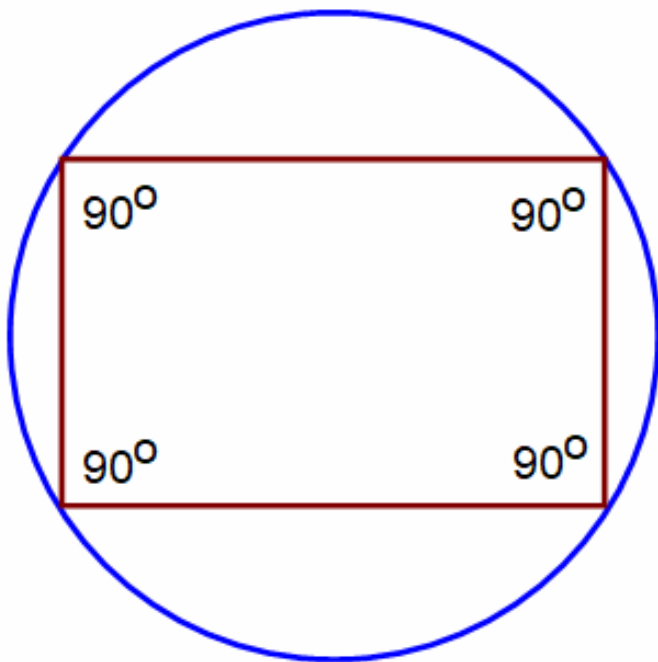
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma$$

Przykład: Na rombie, który nie jest kwadratem nie można opisać okręgu.

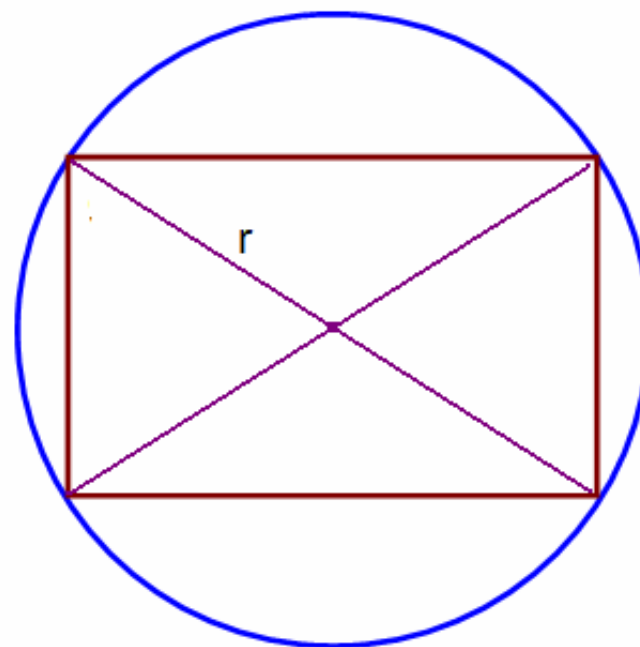


$$\alpha < \beta \Rightarrow 2\alpha \neq 2\beta$$

Przykład: Na każdym prostokącie można opisać okrąg.

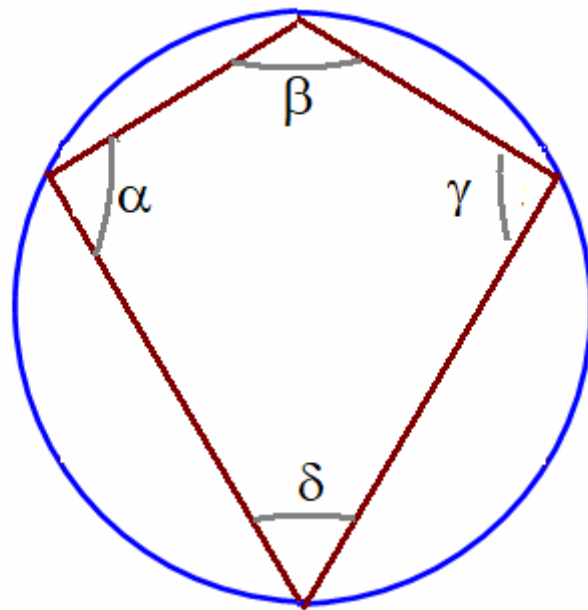


$$90^{\circ} + 90^{\circ} = 90^{\circ} + 90^{\circ}$$



promień okręgu jest równy połowie przekątnej

Zadanie: Na deltoidzie opisano okrąg. Wyznacz miary kątów α i γ tego deltoidu.



$$\alpha = \gamma \text{ oraz } \alpha + \gamma = 180^\circ \text{ stąd } \alpha = \gamma = 90^\circ$$

z twierdzenia 2

Twierdzenia PTOLEMEUSZA

1)

W dowolnym czworokącie wpisanym w okrąg iloczyn długości przekątnych równy jest sumie iloczynów długości przeciwległych boków.

2)

Jeśli w czworokącie iloczyn długości przekątnych równy jest sumie iloczynów długości przeciwległych boków, to czworokąt ten można wpisać w okrąg.

Klaudiusz Ptolemeusz

Κλαύδιος Πτολεμαῖος

Aleksandryjczyk



Klaudiusz Ptolemeusz według XVI-wiecznego wyobrażenia

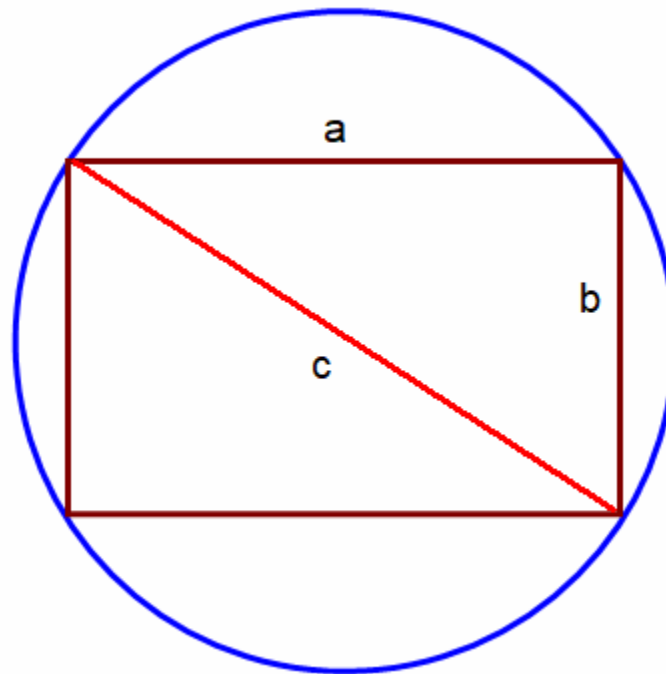
Data i miejsce urodzenia	ok. 100 Tebaida (niepewna)
Data śmierci	ok. 168
Zawód, zajęcie	astronom, matematyk i geograf
Miejsce zamieszkania	Aleksandria, Prowincja Egipt, Imperium rzymskie
Narodowość	grecka

Przykład: Prostokąt wpisany w okrąg.

Iloczyn długości przekątnych = $c \cdot c = c^2$.

Suma iloczynów długości przeciwległych boków = $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$.

Z twierdzenia Pitagorasa mamy: $c^2 = a^2 + b^2$.



Czyli iloczyn długości przekątnych równa się sumie iloczynów długości przeciwległych boków.