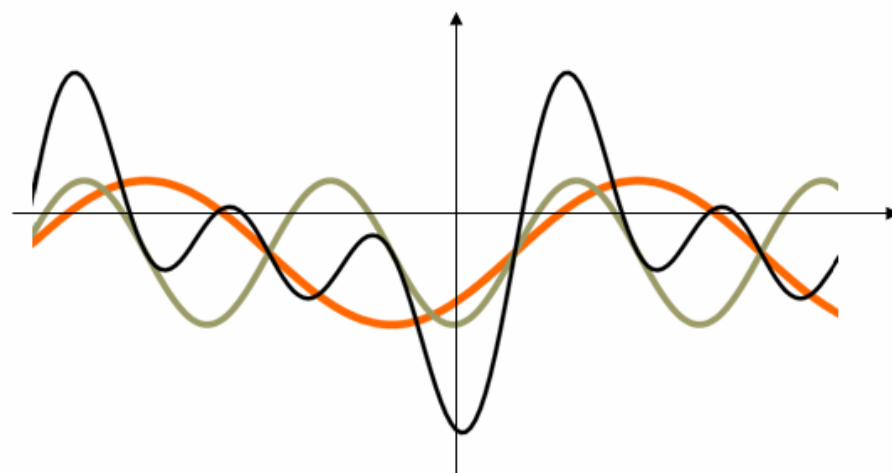


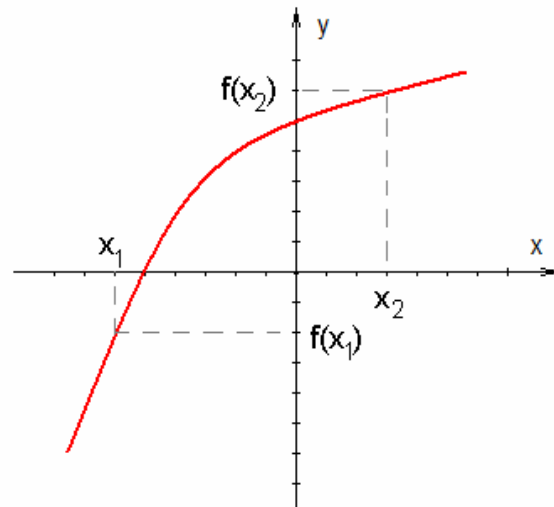
WŁASNOŚCI FUNKCJI



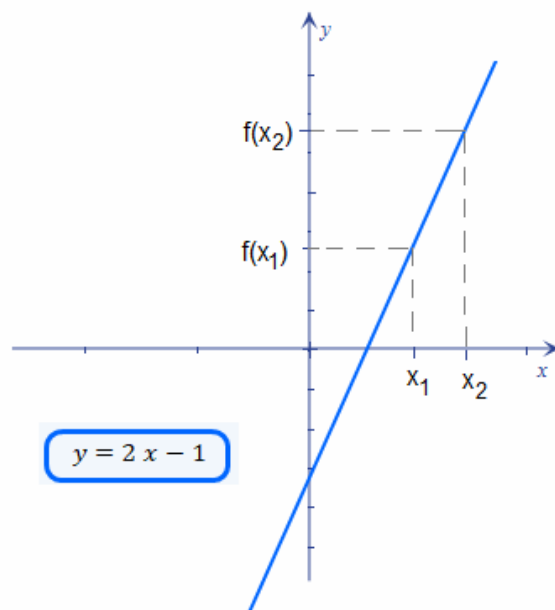
FUNKCJA ROSNĄCA

Funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest rosnąca jeśli wraz ze wzrostem argumentów x rosną także jej wartości y .
Czyli, że dla wszystkich argumentów $x_1, x_2 \in X$ takich, że $x_1 < x_2$ zachodzi nierówność $f(x_1) < f(x_2)$.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



Przykład 1 $f(x) = 2x - 1$



Dziedzina $= (-\infty, +\infty)$

$$f(x_1) = 2x_1 - 1$$

$$f(x_2) = 2x_2 - 1$$

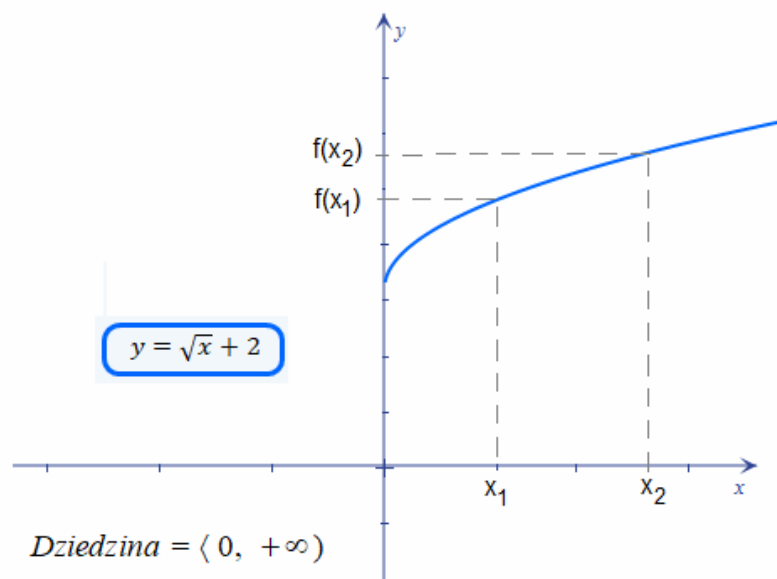
Założmy, że $x_1 < x_2$. Mnożymy obie strony przez 2.

$2x_1 < 2x_2$ Od obu stron odejmujemy 1.

$2x_1 - 1 < 2x_2 - 1$ Zatem jeśli $x_1 < x_2$, to $f(x_1) < f(x_2)$.

Funkcja $f(x) = 2x - 1$ jest rosnąca.

Przykład 2 $f(x) = \sqrt{x} + 2$



$$f(x_1) = \sqrt{x_1} + 2$$

$$f(x_2) = \sqrt{x_2} + 2$$

Założmy, że $x_1 < x_2$, stąd $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$.

Do obu stron dodajemy 2. $\sqrt{x_1} + 2 < \sqrt{x_2} + 2$

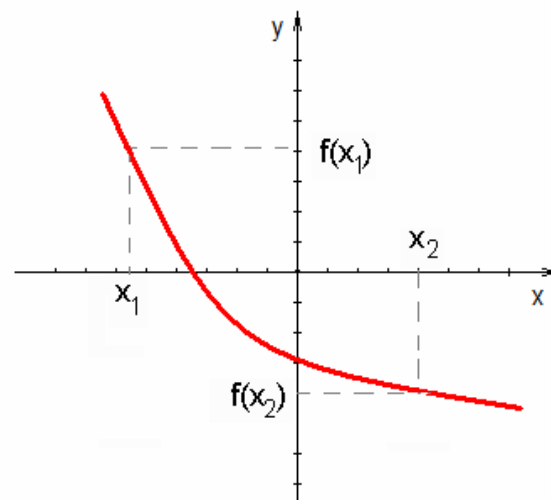
Zatem jeśli $x_1 < x_2$, to $f(x_1) < f(x_2)$.

Funkcja $f(x) = \sqrt{x} + 2$ jest rosnąca.

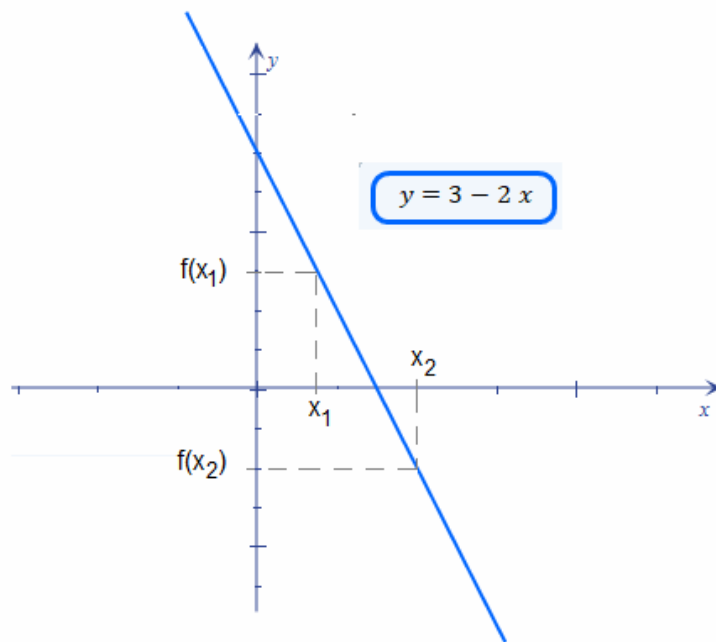
FUNKCJA MALEJĄCA

Funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest malejąca jeśli wraz ze wzrostem argumentów x maleją jej wartości y .
Czyli, że dla wszystkich argumentów $x_1, x_2 \in X$ takich, że $x_1 < x_2$ zachodzi nierówność $f(x_1) > f(x_2)$.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



Przykład 3 $f(x) = -2x + 3$



Dziedzina $= (-\infty, +\infty)$

$$f(x_1) = -2x_1 + 3$$

$$f(x_2) = -2x_2 + 3$$

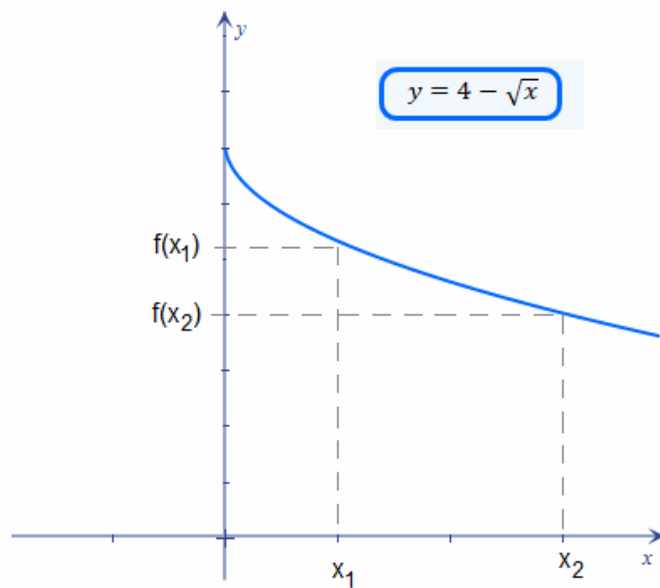
Założmy, że $x_1 < x_2$, stąd $-2x_1 > -2x_2$.

Do obu stron dodajemy 3. $-2x_1 + 3 > -2x_2 + 3$

Zatem jeśli $x_1 < x_2$, to $f(x_1) > f(x_2)$.

Funkcja $f(x) = -2x + 3$ jest malejąca.

Przykład 4



Dziedzina = $\langle 0, +\infty \rangle$

$$f(x_1) = 4 - \sqrt{x_1}$$

$$f(x_2) = 4 - \sqrt{x_2}$$

Założmy, że $x_1 < x_2$, stąd $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$.

Mnożymy obie strony przez (-1) . $-\sqrt{x_1} > -\sqrt{x_2}$

Do obu stron dodajemy 4. $4 - \sqrt{x_1} > 4 - \sqrt{x_2}$

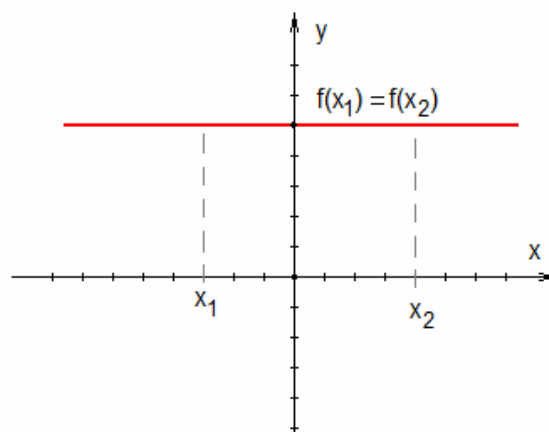
Zatem jeśli $x_1 < x_2$, to $f(x_1) > f(x_2)$.

Funkcja $f(x) = 4 - \sqrt{x}$ jest malejąca

FUNKCJA STAŁA

Funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest stała jeśli dla wszystkich argumentów $x_1, x_2 \in X$ zachodzi równość $f(x_1) = f(x_2)$.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$



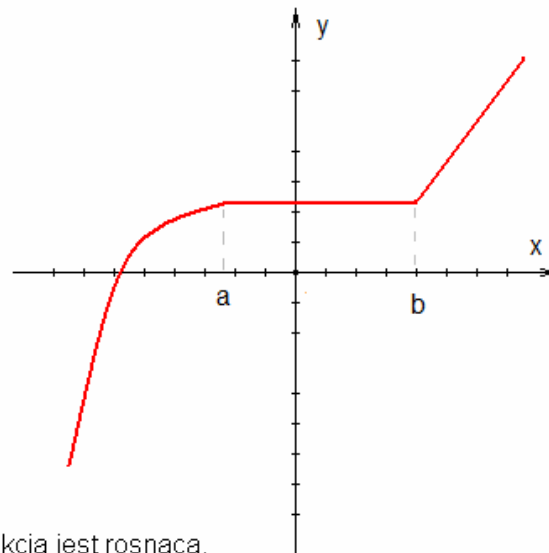
Wykres funkcji stałej jest linią prostą równoległą do osi x .

Funkcja stała nie jest ani rosnąca, ani malejąca.

FUNKCJA NIEMALEJĄCA

Funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest niemalejąca jeśli dla wszystkich argumentów $x_1, x_2 \in X$ takich, że $x_1 < x_2$ zachodzi nierówność $f(x_1) \leq f(x_2)$.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$



W przedziale $(-\infty, a)$ funkcja jest rosnąca.

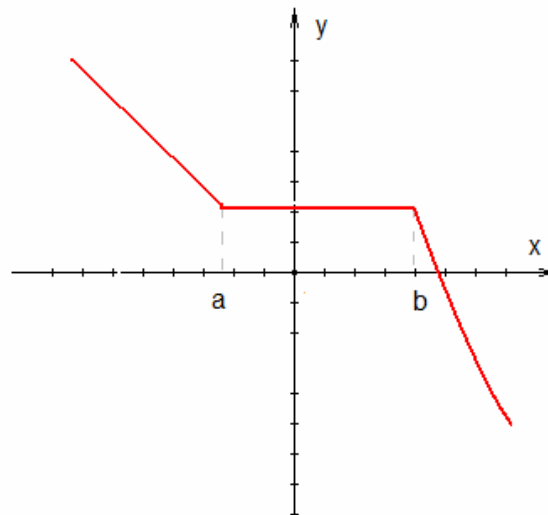
W przedziale $[a, b]$ funkcja jest stała.

W przedziale $[b, +\infty)$ funkcja jest rosnąca.

FUNKCJA NIEROSNĄCA

Funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest nierosnąca jeśli dla wszystkich argumentów $x_1, x_2 \in X$ takich, że $x_1 < x_2$ zachodzi nierówność $f(x_1) \geq f(x_2)$.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



W przedziale $(-\infty, a)$ funkcja jest malejąca.

W przedziale $[a, b]$ funkcja jest stała.

W przedziale $[b, +\infty)$ funkcja jest malejąca.

WNIOSKI:

Każda funkcja rosnąca jest niemalejąca.

Każda funkcja malejąca jest nierosnąca.

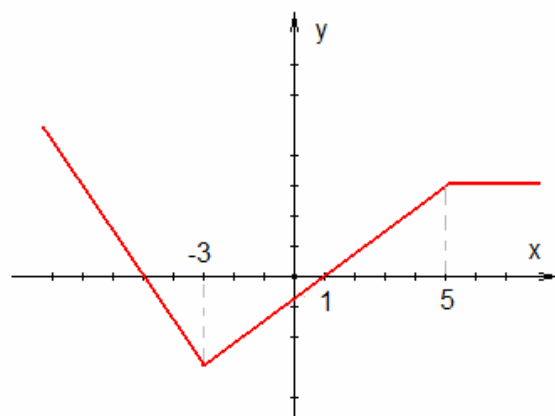
Funkcja stała jest i niemalejąca i nierosnąca.

FUNKCJA MONOTONICZNA

Funkcja jest monotoniczna jeśli jest rosnąca albo malejąca albo stała albo niemalejąca albo nierosnąca.

Funkcja może być monotoniczna w przedziałach.

Badanie monotoniczności polega właśnie na odnajdywanie takich przedziałów.

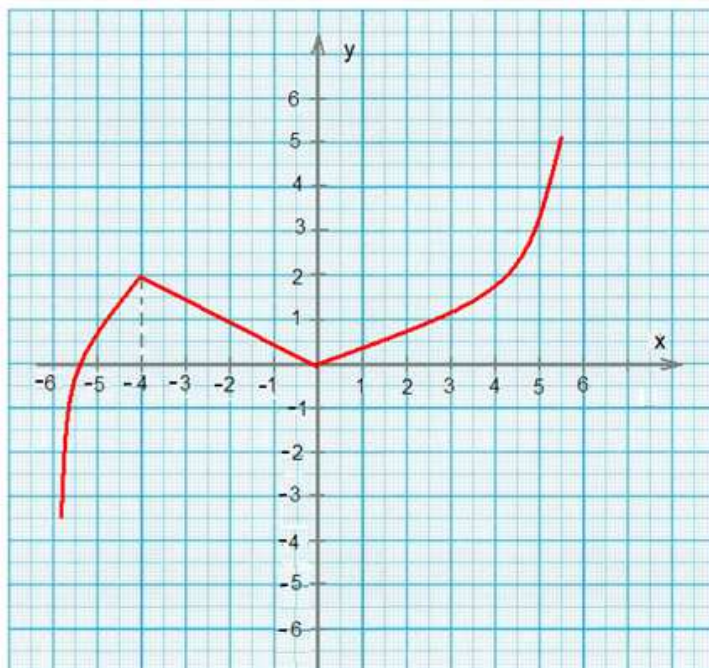


W przedziale $(-\infty, -3)$ funkcja jest malejąca.

W przedziale $(-3, 5)$ funkcja jest rosnąca.

W przedziale $[5, +\infty)$ jest stała.

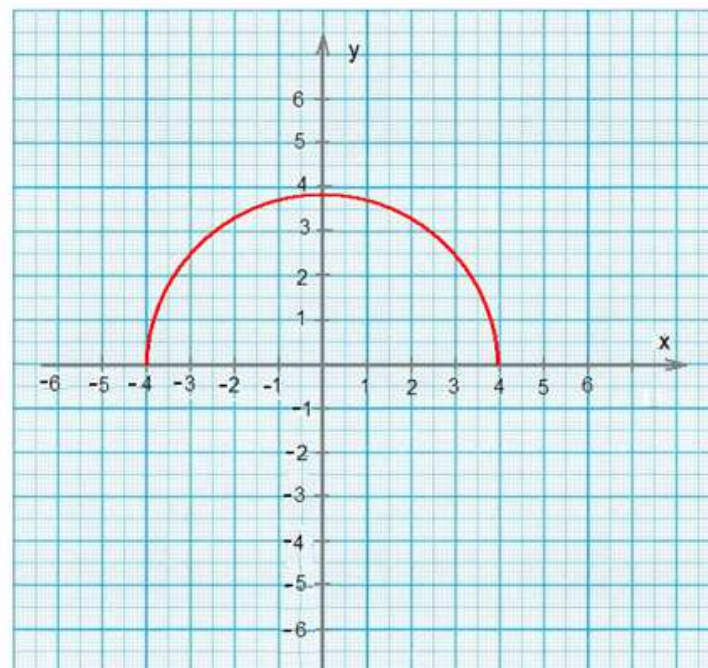
PRZYKŁADY



rosnąca dla $x \in (-\infty, -4)$

malejąca dla $x \in (-4, 0)$

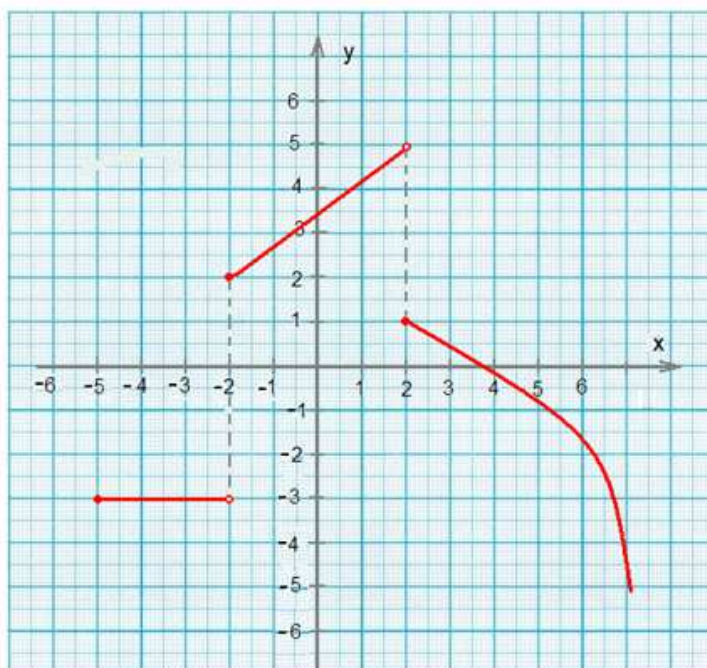
rosnąca dla $x \in (0, +\infty)$



rosnąca dla $x \in (-4, 0)$

malejąca dla $x \in (0, 4)$

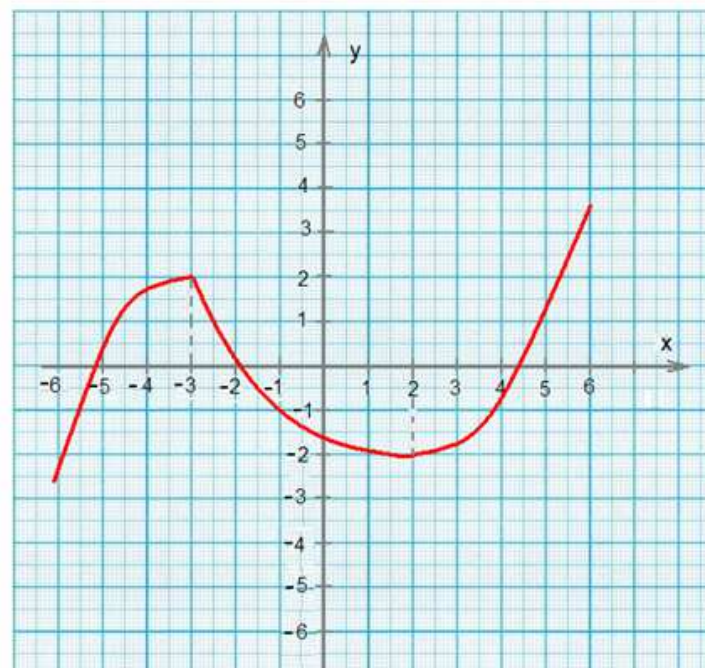
PRZYKŁADY



stała dla $x \in (-5, -2)$

rosnąca dla $x \in (-2, 2)$

malejąca dla $x \in (2, +\infty)$



rosnąca dla $x \in (-\infty, -3)$

malejąca dla $x \in (-3, 2)$

rosnąca dla $x \in (2, +\infty)$